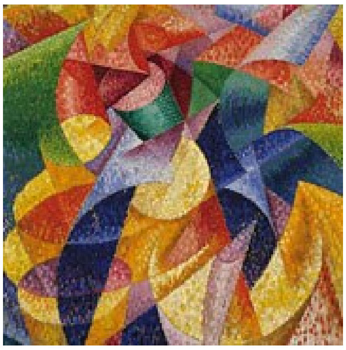


Giacomo Balla - 1925

INTUIZIONE E LOGICA. PROBLEMI DIDATTICI DELLA MATEMATICA

1. Si potrebbe dire che i problemi didattici della Matematica sono sempre di moda, in certo senso, perché rappresentano un punto cruciale del problema didattico generale; in altre parole si potrebbe dire che le difficoltà ed i problemi dell'insegnamento della matematica riproducono in modo tipico e forse esaltato le difficoltà ed i problemi che si presentano nella didattica delle altre materie; e ciò sia detto senza voler insistere eccessivamente sulla distinzione tra le materie di insegnamento nella scuola secondaria. Riteniamo infatti che il problema fondamentale della scuola sia quello della formazione dell'uomo, e che questa formazione non ammetta separazioni perché si riferisce, come *terminus ad quem*, ad un essere umano che non possiede compartimenti stagni; è questa una delle ragioni per cui insistiamo da tempo per combattere la concezione che fa della matematica una materia prevalentemente informativa (una specie di male necessario), che deve essere insegnata per la sua utilità, dato lo stato di estrema matematizzazione della scienza e della tecnica di oggi. Al contrario abbiamo sempre insistito nel dire - per esempio - che il professore di matematica deve essere considerato come un insegnante della lingua materna così come il professore che insegna espressamente l'italiano; perché la matematica dovrebbe formare alla chiarezza delle idee, alla univocità della espressione, alla chiarezza del discorso, al rigore della deduzione; e queste doti sono utilissime a chiunque voglia pensare ed esprimersi, in qualunque lingua. Invero la concezione che relega la matematica nel campo delle materie strettamente strumentali si rifà ad una concezione della cultura che relegava le scienze particolari nel ghetto degli "pseudoconcetti". Questa concezione appare chiaramente superata e quindi è lecito pensare che se lo scopo della scuola è la formazione dell'uomo e del cittadino, a questo scopo collabora tanto la cultura letteraria classica che la cultura scientifica.

2. Va detto tuttavia che, se si vuole che la matematica in particolare e la scienza in generale non abbia questo complesso di inferiorità, occorre che i suoi insegnanti siano sicuri del valore della formazione che conferiscono; occorre inoltre che essi siano anche coscienti dei problemi logici, didattici, psicologici, che debbono essere analizzati e risolti, almeno nel limite del possibile, perché la loro materia non sia fine a se stessa, non sia considerata come un coacervo di informazioni necessarie ma non formanti, ma si ponga invece come fondamento della formazione del discente. E proprio in questo ordine di idee si vorrebbe insistere sull'idea che l'insegnamento della matematica non deve ridursi a trasmettere delle nozioni più o meno nuove o delle formule più o meno astratte, ma dovrebbe aiutare il discente alla analisi di quei procedimenti logici che sono spontaneamente adottati e seguiti da ogni uomo che ragiona. Ed a questo proposito riteniamo che l'insegnamento della geometria, nel senso classico del termine, sia di grandissima

utilità; e riteniamo di doverlo ripetere qui, perché si direbbe che questo insegnamento sia oggi passato in secondo piano, in favore di una formalizzazione e di una algebrizzazione che suscita delle notevoli perplessità a riguardo della formazione della mentalità scientifica dei discenti.

A nostro parere invece, ci pare di poter dire che, nel campo della matematica, uno dei problemi didattici fondamentali consista nella ricerca di un equilibrio vitale tra la logica ed il complesso dei procedimenti mentali che viene abitualmente chiamato 'intuizione'. A proposito di questo termine, vorremmo qui dire che esso ha forse come non molti altri, un significato equivoco, perché richiama da una parte quei procedimenti immediati di cui abbiamo parlato prima e che si riferiscono all'uso ragionevole del linguaggio comune, e dall'altra richiama tutto un insieme di procedimenti di immaginazione che fanno parte di una elaborazione fantastica delle percezioni e delle sensazioni composite, che ci portano a volte a delle conclusioni poco rigorose dal punto di vista logico.

Uno degli argomenti di quest'ultimo tipo è per esempio quello che si riferisce alla cosiddetta intuizione del continuo; essa ha condizionato molti problemi della matematizzazione della realtà, ed ha condotto a dei modelli fisici che vengono chiamati impropriamente intuitivi, perché costituiscono una estrapolazione immaginativa delle nostre esperienze. Tali sono, per esempio, i modelli della prima fisica quantistica come il modello di Bohr, che estendeva alla scala atomica la modellistica planetaria che ha una certa sua validità, alla scala umana ed anche alla scala astronomica.

È quindi spiegabile che, anche in sede didattica, vi sia una certa diffidenza nell'impiego dell'intuizione, e che sia diffusa l'idea di un rigore matematico che dovrebbe essere del tutto diverso da quello tradizionale, che si rifà al modello euclideo. Su questi argomenti vorremmo soffermarci in questa nostra riflessione, che vorrebbe sforzarsi di ricuperare il potere della fantasia e della invenzione attiva, che devono tuttavia sempre essere controllate dalla logica e dalla critica.

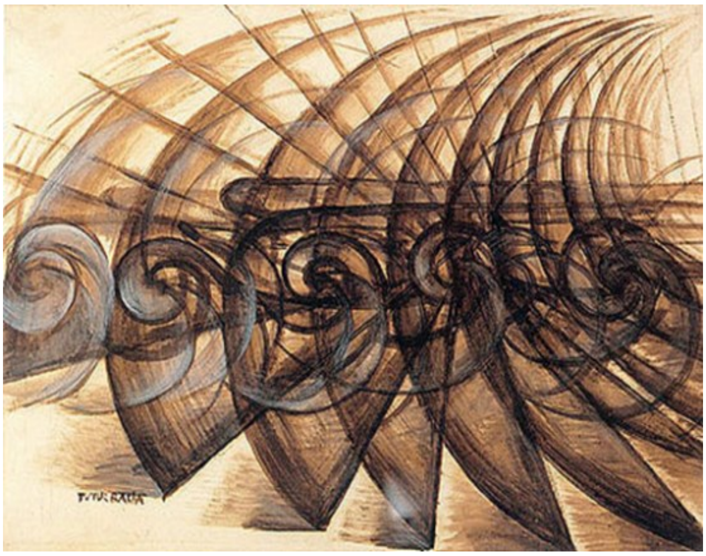
3. La questione che abbiamo cercato di impostare si riattacca anche alla discussione della validità conoscitiva della geometria, ed in particolare della geometria classica euclidea. Questa problematica si ricollega naturalmente alla problematica della validità della nostra esperienza sensibile, ed alla elaborazione mentale, fantastica prima e poi logica, dell'esperienza.

La diffidenza nei riguardi dell'esperienza dei sensi è tradizionale nella critica filosofica della conoscenza; essa è, si può dire, il contenuto delle prime elaborazioni filosofiche che l'umanità conosce, ed è forse il fondamento dei paradossi del continuo, che hanno una età veneranda e che hanno costituito uno stimolo classico alla riflessione sui problemi della nostra conoscenza. In epoca più recente sono state avanzate delle critiche radicali alla impostazione euclidea della geometria, e queste critiche hanno portato ad una impostazione della didattica che ripudia il più possibile la trattazione geometrica delle questioni matematiche.

Ci si domanda tuttavia se sia ragionevole, anche a livello didattico, oltre che di ricerca scientifica, ripudiare tutta una feconda e non facilmente delimitabile attività mentale, sul fondamento della critica, giusta nei propri limiti, della fallacia di quella che si chiama – equivocamente abbiamo detto – l'intuizione e la sua debolezza e la sua capacità di condurci fuori strada.

La critica dei principi della matematica che ha avuto la sua stagione di massima fioritura a partire dalla seconda metà del secolo scorso, ha condotto, come ben noto, alla valutazione precisa del significato della geometria. Questa branca della matematica era tradizionalmente considerata come determinata e specificata dai suoi contenuti, e veniva classicamente definita come scienza dello spazio o della estensione o di altri enti che hanno una esistenza altrettanto problematica. La dimostrazione della esistenza legittima delle geometrie non euclidee, ed addirittura la osservazione della possibilità di provare la logica coerenza della geometria non euclidea con modelli immersi nella euclidea, ha condotto ad una riforma radicale di questa concezione, ed anche a far giustizia della esistenza e delle qualità di quegli pseudo enti di cui abbiamo detto.

Sulla strada di questa elaborazione critica si è giunti - come è noto - alla concezione moderna della geometria. Da una parte questa dottrina è concepita come un sistema ipotetico - deduttivo, nel quale gli enti di cui si parla non hanno che una definizione implicita, data dal sistema delle proposizioni primitive che sono state scelte. Da parte loro queste ultime non hanno pretesa di fondarsi sulla esperienza o sulla intuizione e quindi di rendere la realtà degli enti che vengono nominati. La validità delle proposizioni dedotte (teoremi) è quindi data esclusivamente dal fatto che esse sono state ricavate con procedimenti logici corretti e rigorosi dalle proposizioni che sono state scelte come primitive.



Giacomo Balla

In una seconda concezione, la geometria costituisce in certo senso il primo capitolo della fisica, perché viene considerata come una dottrina che razionalizza metodicamente le nostre esperienze sui corpi esterni, sulla loro forma e mutua posizione; tale dottrina è quindi diretta a coordinare in sede teorica il complesso delle sensazioni che la esperienza ci fornisce e che sono di natura assai varia: sensazioni visive, tattilo-muscolari, di propriocezione.

È chiaro che a questo punto si può aprire un discorso molto più articolato di quanto non si possa pensare a prima vista. Infatti la geometria nel senso di primo capitolo della fisica da una parte fornisce la giustificazione dello studio della geometria come sistema ipotetico-deduttivo e dall'altra fornisce il materiale della prima matematizzazione della realtà fisica. Invece anzitutto la geometria intesa come primo capitolo della fisica fornisce le indicazioni per la scelta delle proposizioni primitive. A priori infatti la scelta degli assiomi, intesi come proposizioni primitive della teoria geometrica, è ampiamente libera, perché deve soltanto rispondere alla condizione fondamentale della non contraddizione. Ma la differenza tra una geometria, intesa come puro gioco logico con concetti definiti implicitamente arbitrari, e la dottrina puramente arbitraria di un gioco convenzionale (del tipo del gioco degli scacchi), è data dal fatto che una dottrina ipotetico-deduttiva, che voglia chiamarsi ancora col nome di geometria, deve almeno lasciarsi suggerire (non imporre) dall'esperienza certe proposizioni primitive. È questa una richiesta che non può ovviamente essere sostenuta con ragionamenti rigorosamente logici, ma soltanto con ragioni di convenienza, di opportunità, di tradizione storica. Ma non si può negare che queste ragioni abbiano un loro fondamento psicologico ed una loro validità, soprattutto al livello didattico.

Ci pare che si possa difficilmente contestare che il primo impulso alla matematizzazione è venuto all'uomo proprio dalla necessità della descrizione razionale, scientifica (per quanto ciò sia possibile) delle proprie esperienze sui corpi rigidi. Il concetto elementare della operazione di misura è proprio basato - a nostro parere - sulla invarianza di certi campioni rispetto alle operazioni di manipolazione, e la prima tra queste operazioni è proprio il trasporto rigido.

Questa invarianza, accettata prima come un dato evidente delle nostre esperienze, enunciata poi come una ipotesi che si accetta in modo provvisorio ma che è molto comoda per una prima razionalizzazione della realtà, sta alla base del primo sviluppo della matematica. E questo collegamento con la esperienza elementare, la cui elaborazione fantastica viene spesso chiamata “intuizione geometrica”, è provato storicamente dal fatto che la geometria euclidea è stata per almeno venti secoli la geometria unica e principale dell’umanità. E del resto anche la concezione del continuo geometrico, di cui abbiamo detto, intesa come una proprietà fondamentale della estensione, è pure estrapolata dalle esperienze fatte con i nostri sensi sulla realtà fisica sensibile ai tempi in cui quel tipo di descrizione della realtà fisica è nata.

Sappiamo che la fisica di oggi non accetta la continuità della materia ed invece adotta lo schema del discontinuo come più comodo, o, come direbbe Poincaré, più adeguato alla descrizione della esperienza; ma ciò non toglie che questo schema sia ancora adottato da molte dottrine geometriche e da vaste branche della matematica, come l'analisi matematica classica, molti capitoli della topologia e così via.

Pertanto pare di poter concludere che ciò che interessa in modo particolare nel lavoro didattico, è la ricerca di un equilibro constante tra la percezione elementare di nostri sensi (soggetta alla fallacia che i filosofi da tempo hanno criticato), la elaborazione fantastica delle nostre sensazioni (che ci stimola ad estendere indefinitamente la loro portata), e la logica che ci impone di accettare soltanto le deduzioni ineccepibili.

Si potrebbe dire che tutta la storia della matematica è una descrizione della mutua influenza di queste situazioni psicologiche, che si condizionano l'una con l'altra.

4. Il discorso didattico che si impianta su queste osservazioni è abbastanza complesso, e presenta diverse facce. Si potrebbe dire che un primo problema che si può formulare porta a domandarsi quale tipo di rigore matematico, o meglio quale tipo di matematica si vuole insegnare quando si insegna la matematica nella scuola. Abbiamo già detto che la moda attualmente prevalente tende ad una formalizzazione sempre crescente, ad una riduzione della deduzione ad un calcolo, ad una esasperazione della sintassi del calcolo logico, a scapito di quella che potrebbe venire chiamata la semantica.

Non contestiamo che questa sia la tendenza generale della matematica, a livello di ricerca scientifica astratta. Ma di fronte a queste tendenze fondamentali ed inarrestabili della scienza di oggi stanno i problemi della didattica, che istituiscono una dialettica di esigenze e di procedure che merita di essere analizzata ed approfondita. Sarebbe infatti troppo semplicistico proporre immediatamente al discente una matematica completamente formalizzata al suo più alto livello in tutti gli stadi di apprendimento; a nostro parere infatti il problema didattico fondamentale consiste nel presentare le teorie matematiche a quel livello di astrazione e di generalità, al quale il discente sia stimolato e motivato all'apprendimento non soltanto delle strutture stesse intese come strumenti di conoscenza di altri contenuti ma anche delle strutture in se stesse, considerate come oggetti di studio autonomi.

Noi abbiamo sempre pensato - ripetiamo - che l'insegnante di matematica non sia l'insegnante di una materia puramente tecnica, una specie di male necessario, date le applicazioni della matematica alla vita civile ed alla tecnica ed alla scienza; pensiamo invece che la matematica abbia un suo compito formativo della mentalità dell'uomo coerente con se stesso.

Ora se teniamo presenti questi scopi, si può osservare che se si tiene l'insegnamento ad un livello troppo basso e legato alle applicazioni, manca quello stimolo alla generalizzazione che è fondamento della mentalità scientifica; se invece, al polo opposto, teniamo l'insegnamento ad un livello troppo astratto e generale, rischiamo di far perdere il significato concreto delle strutture formali che insegniamo.

A nostro parere quindi, come abbiamo detto, l'opera dell'insegnante dovrebbe costantemente ricercare un giusto equilibrio, mirando sì al rigore logico ed alla astrattezza della matematica moderna, ma giungendovi con un procedimento non traumatico, non imposto, non distaccato dai procedimenti che potremmo chiamare naturali della mente umana.

A questo fine vorremmo ritornare sul discorso della geometria elementare, che per secoli è stata una palestra validissima di formazione matematica per varie ragioni, che vorremmo richiamare qui, per aiutare a raggiungere nell'insegnamento quell'equilibrio e quindi quella efficacia di cui dicevamo poco fa. In primo luogo riteniamo che un aspetto positivo dell'impiego della geometria elementare nella formazione matematica sia dato dal suo distacco dal formalismo; in altre parole, le deduzioni della geometria elementare sono fatte non col calcolo, ma ancora con il metodo verbale, discorsivo tradizionale, il che, come dicevamo, dovrebbe poter aiutare il docente a far riflettere il discente sulle strutture logiche fondamentali che egli adopera sempre, e fargli quindi prendere coscienza di tali strutture, che sono indipendenti dall'impiego di un formalismo quale che sia.

L'impianto delle convenzioni della geometria analitica su questi fondamenti aprirebbe poi un validissimo discorso di analisi e di critica a proposito del linguaggio algebrico e dei contenuti geometrici che si vogliono studiare col suo aiuto. È augurabile che una analisi critica cosiffatta possa essere veramente formativa; ma a questo scopo occorre che possa spaziare in ambiti ben più vasti di quelli tradizionali, legati alla discussione delle equazioni di II° grado contenenti un parametro, discussione che ha condotto a quella che i francesi chiamano scherzosamente 'malattia della trinomite'. (*)

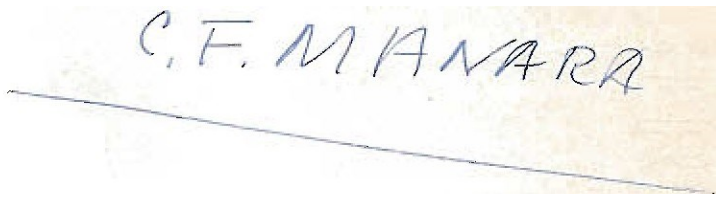
Un altro vantaggio che vediamo nell'impiego giudizioso della geometria elementare è l'utilizzazione della fantasia e della immaginazione nella matematica. Abbiamo già detto quali siano i limiti che la critica di oggi assegna alla geometria, che non è più intesa come una scienza di valore assoluto, almeno per quanto riguarda i contenuti. Ma ciò non inficia il suo valore formativo, quando la si intenda come primo livello, del tutto elementare, della matematizzazione della realtà sperimentale, beninteso quando siano messi in evidenza i limiti e criticata sufficientemente la sua portata. Non vediamo perché, in nome di un rigore formalistico che vuole eliminare del tutto l'immaginazione, si debba eliminare del tutto l'insieme dei suggerimenti che la esperienza comune della concreta manipolazione degli oggetti rigidi (intesi approssimativamente come rigidi) può apportare alla razionalizzazione e quindi alla sistemazione teorica delle nostre esperienze.

Beninteso la fantasia dovrebbe soltanto suggerire, non imporre i procedimenti logici di dimostrazione, ma, ripetiamo, l'ausilio della fantasia appare estremamente utile, se non addirittura necessario, per dare dei contenuti ai ragionamenti, per dare un appoggio ed un interesse alla deduzione.

5. Ovviamente non abbiamo ricette infallibili e valide per tutti i casi, da presentare come formule magiche per il lavoro didattico concreto. È questo un lavoro delicatissimo, che dovrebbe mirare alla formazione dell'uomo; nel caso della matematica poi questo lavoro dovrebbe condurre all'apprendimento del metodo scientifico ed alla adozione del linguaggio matematico in genere, e del simbolismo in particolare come strumento di deduzione ed anche come il linguaggio universale della scienza di oggi. Il nostro desiderio sarebbe più modestamente quello di esortare all'equilibrio ed allo stimolo della attività del lavoro del singolo. Se l'insegnamento deve essere, almeno nelle intenzioni, uno stimolo alla crescita interiore della persona del discente, non pensiamo che vi siano delle facoltà da escludere, né dei contenuti da eliminare; nel caso in esame non pensiamo che la fantasia creatrice e la immaginazione siano delle facoltà da eliminare e mortificare; bensì crediamo che siano delle facoltà da imbrigliare, da controllare, da educare ai fini di quella costruzione della personalità che è lo scopo principale ed ultimo di ogni insegnamento.

Del resto noi siamo sempre del parere che la pedagogia sia classificabile in quella categoria che la saggezza antica chiamava 'ars'; la definizione di questa era data dalla frase 'recta ratio factibilium'; un'opera cioè che non ignora la scienza astratta, la quale è insostituibile come radice e fondamento di tutto il lavoro dell'educatore; ma che ha il suo compimento supremo in quella azione umica ed insostituibile dell'uomo sull'uomo che deve essere guidata, nella sua concretezza, dalla prudenza, dalla solidarietà, in una parola dall'amore per la propria professione e per i soggetti che noi avviciniamo. Perché ciò possa avvenire, occorre anzitutto una profonda conoscenza della materia da insegnare, ma non deve neppure mancare la conoscenza, almeno rudimentale, dei processi di apprendimento e di evoluzione psicologica dei giovani.

Questi pensieri giustificano un certo scetticismo di fonte a molti procedimenti che sono oggi considerati come dei toccasana per l'insegnamento; è questa una attività che non si riduce soltanto al momento addestrativo, allo stabilire dei circuiti 'stimolo – risposta - rinforzo'; se anche la scuola potrà utilizzare queste conoscenze e queste tecniche, riteniamo che il maestro sia insostituibile, perché la sua opera ed il suo impegno personale non possono essere surrogati da macchine o da procedimenti standardizzati uguali per tutti. Un precedente storico degno di meditazione è dato dal caso di Etienne Pascal, padre di Blaise, che aveva studiato una strategia educativa per il proprio geniale figlio e che ebbe la saggezza di modificarla, quando si accorse che questi aveva delle esigenze diverse. Non a tutti capita di avere come allievi dei Blaise Pascal; tutti però possiamo imparare dalla intelligenza e dalla umiltà di quel padre per avere sempre quella vigile attenzione al caso concreto che è una delle condizioni per la riuscita dell'opera educativa.



(*) (*N.d.R.*) Alleghiamo l'articolo di Bruno De Finetti: COME LIBERARE L'ITALIA DAL MORBO DELLA TRINOMITE?

Questo articolo è apparso nel *Periodico di Matematiche* dell'ottobre 1965; Serie IV, n.4. L'articolo è disponibile in rete, all'indirizzo

http://www.mathesisnazionale.it/archivio-storico-articoli-mathesis

Possiamo testimoniare della grande stima e consonanza di vedute che per tutta la vita Carlo Felice Manara ebbe verso Bruno De Finetti.

COME LIBERARE L'ITALIA DAL MORBO DELLA TRINOMITE?

Bruno de Finetti

Gli studiosi che con crescente preoccupazione e scoraggiamento si rendevano conto della difficoltà della lotta per liberare l'Italia dal gravissimo morbo appresero con sollievo dai colleghi francesi il completo successo conseguito con un ritrovato estremamente semplice ed efficace. C'è ragione di sperare che il medesimo risultato si possa raggiungere anche in Italia iniziando subito e vigorosamente la lotta con l'impiego su vasta scala e con estrema decisione della formidabile arma.

È l'arma del ridicolo, consistente nel fatto stesso di designare col nome di Trinomite, e di bollare pubblicamente come un morbo da debellare al più presto, una tra le più vistose tra le disgraziatamente non poche forme di cretinismo scolastico.

Si tratta precisamente del morbo che affligge quello che i programmi chiamano «*insegnamento* della matematica» nel Liceo scientifico, ma che i matematici considerano un abominevole vilipendio e una sconcia mistificazione parodistica della loro materia. In questa scuola infatti – che, stando al nome, dovrebbe aprire le intelligenze alla comprensione della matematica e delle scienze – avviene invece che, ai soliti difetti dell'insegnamento tradizionale (in cui si ama soffermarsi su banali minuzie rendendole complicate ed astruse anziché illuminare su cose importanti e interessanti e quindi attraenti), si aggiunge la jattura della prova scritta all'esame di licenza.

È già difficile in genere e di per sé, nonostante le belle parole e intenzioni e istruzioni in contrario, che siffatti esami, attraverso la mastodontica organizzazione burocratica e gli intoppi di pseudogaranzie giuridico-formalistiche, giungano ad accertare alcunché di attinente alla maturità e preparazione globale di un essere vivente anziché premiare chi è talmente ottuso da immagazzinare e ricordare passivamente e indiscriminatamente, senza distinzione di preferenza interesse e importanza, qualunque nozione o formula o metodologia gli venga propinata. E lo spettro di un esame del genere non può non distorcere e impoverire ancor più i già tanto distorti e meschini criteri del tradizionale insegnamento scolastico, inducendo a farne scopo non *la vita,* ma neppure *la scuola,* bensì, peggio ancora, il riuscire a cavarsela nell'unica momentanea occasione in cui uno si trova nella situazione artificiosa e spesso paralizzante di una prova decisiva eppur inevitabilmente aleatoria affrettata discutibile.

Ma la prova scritta di matematica per il Liceo scientifico costituisce un caso a sé sotto due punti di. vista: primo, perché si tratta di un esempio insuperabilmente patologico di aberrazione intesa a favorire l'incretinimento sistematico e totale dei giovani; secondo, perché non c'è nessuna difficoltà a modificarlo eliminandone gli inconvenienti e le loro deleterie ripercussioni su tutto il corso degli studi. Da tempo immemorabile (almeno da decenni) avviene precisamente che questa famigerata prova scritta ripeta con qualche variante sempre lo stesso problema stereotipato (equazione di 2° grado, o «trinomia», con un parametro: da ciò il termine di «trinomite» per indicare l'eccessiva insistenza su questo solo particolare argomento): problema che ha soprattutto la disgrazia di poter essere ridotto a uno schema macchinale, formale, pedestre, che va sotto il nome di un certo Tartinville.

Il giudizio negativo su tale situazione è opinione comune – probabilmente unanime – dei matematici. Nella recente riunione della Commissione internazionale per l'insegnamento matematico (Frascati, Villa Falconieri, 8-10 ottobre 1964), il prof. C. F. Manara (dell'Univ. di Milano), relatore ufficiale sulla situazione italiana, espresse decisamente tale opinione e tale diagnosi: di matematica s'impara meno e peggio al Liceo scientifico che nelle altre scuole medie superiori perché ivi si sacrifica tutto ciò che avrebbe reale interesse e valore formativo per la preoccupazione di fornire questi mezzucci da analfabeti per far trovare la soluzione di quel problema (confidando sia sempre il medesimo) senza bisogno di capirci un'acca.

Già il giorno precedente, in una seduta della Commissione italiana, era stato discusso il modo di por fine a questa situazione insostenibile, convenendo – come risulta anche dal verbale della riunione – che basterebbe far consistere la prova scritta, anziché nel solito tema stereotipato ma macchinoso, in

*. Si ringrazia la direzione del *Periodico di Matematiche* per aver concesso il permesso alla pubblicazione. Questo articolo è apparso nell'ottobre, 1965; Serie IV, n.4.

una serie di domandine e problemini facili ma variati e significativi. E c'era una sola difficoltà: che non si trattava di combattere posizioni avverse (che pare non sussistano neppure negli ambienti ministeriali) ma solo di sapere chi e come possa prendersi l'autorità e responsabilità di decidere un cambiamento indubbiamente lecito ma che, urtando una consuetudine, potrebbe dar pretesto a proteste sia pur ingiustificate. A quale autorità rivolgersi?

La risposta venne, fortunatamente, in seguito alla relazione Manara, che interessò vivamente sia i rappresentanti dei fortunati paesi in cui nessuno mai seppe dell'esistenza del signor Tartinville, sia dei francesi che fino a una decina d'anni or sono erano afflitti dal medesimo sconcio. E fu proprio il presidente di detta Commissione internazionale, il francese prof. Lichnerowicz, a indicarci la miracolosa ricetta: affibbiato al disgustoso morbo il nome di «Trinomite», esso scomparve quasi per incanto sotto la marea del ridicolo diffusa nell'opinione pubblica. Di fronte alla carenza dei poteri pubblici, pavidi e irresoluti, bisogna far leva, anche da noi, sull'opinione pubblica rivolgendosi ad essa nella forma più spregiudicata antiburocratica antiaccademica. Lo scrivente è apparso il più adatto, fra i membri della Commissione, per interpretarne in tal modo l'orientamento e iniziare questa sacrosanta salutare battaglia anche usando forme e termini che gli altri non sono tenuti a sottoscrivere e approvare.

Avanti col ridicolo! Avanti! Quando gli studenti del Liceo scientifico si sentiranno dileggiare dagli amici del classico e degli Istituti tecnici come Tartinvillucci affetti da Trinomite, quando i professori si vergognassero di fronte ai loro studenti e gli scribacchini di libri di testo di fronte ai loro lettori di rendersi ridicoli tartinvilleggiando, quando essi dubitassero che i prossimi temi scritti non daranno adito a cavarsela con quei mezzucci la cui conoscenza a spese del resto sarebbe allora per gli allievi un disastro anziché un talismano, se si sapesse ovunque (tra studenti e famiglie) che. anche in. caso contrario l'effetto è (come appunto confermò Manara parlando della situazione al primo anno di Università) che chi sceglie il Liceo scientifico desiderando proseguire gli studi matematici o scientifici si trova invece (se perde tempo trastullandosi con oziose tartinvillidiozie) in situazione di maggior disagio di fronte alla matematica dell'Università (per Matematica, Fisica, Ingegneria, ecc.), quando gli estensori dei temi ministeriali si sentiranno ridicoli e temeranno di esser giudicati tali se confezioneranno ancora temi trinomitici, e i commissari d'esame si sentiranno ridicoli dettandoli e i candidati si sentiranno autorizzati a protestarsi offesi vedendosi presentare un tema di quella fatta, e se il pubblico s'impadronirà (pur senza entrare nel merito) di questo fatto scandaloso e incredibile, sintesi esemplare della crisi di una scuola ove si può gabellare per matematica, e far faticare per apprenderla, della robaccia di cui i matematici s'indignano o si prendono gabbo, ..., quando in questi e mille altri modi la denuncia della Trinomite sarà oggetto di stupore scherno rivolta riflessione resipiscenza, ebbene, anche in Italia il morbo dovrà scomparire. Il nostro popolo, i nostri giovani, non saranno certo più propensi dei francesi a lasciar sopravvivere un insegnamento faticoso inutile e diseducativo al posto di quello istruttivo intelligente formativo proficuo che solo può rispondere alle loro doti ed aspirazioni, non solo, ma anche riuscire interessante e piacevole.

Fortunatamente, nella detta riunione, oltre all'importante ed urgente ma in un certo senso secondario compito di estirpare qualche immonda stortura tipo Trinomite (specie se in forma tartinvillescamente maligna), è stato anche affrontato (e con notevoli passi in avanti) il più ampio problema di un organico rinnovamento di criteri e programmi per l'insegnamento della matematica. C'è un'effervescenza di idee interessanti dappertutto nel mondo, e occorre naturalmente vagliare con attenzione pregi e difetti della loro concezione e per la loro realizzabilità. Dal proseguire e approfondirsi degli scambi di idee in argomento appare sempre più verosimile oltre che auspicabile la convergenza verso un punto d'incontro che soddisfi nel miglior modo le varie esigenze, più complementari che contrastanti, cui matematici di diversa formazione e indirizzo sono portati a dare la priorità. Un abbozzo di programma prospettato per la Francia (come possibile meta per il 1975), che appare innestarsi bene su un'esperienza già in atto nel Belgio (per l'età «scuola media», mentre il predetto è per l'età «liceo»), saggiamente innovatore ma alieno da estremismi preconcetti e pericolosi, potrebbe. esser preso come base per lo studio di quell'analoga riforma certo non meno indispensabile e indifferibile anche nel nostro paese*.

*. Su tali programmi (Revuz, Papy) cfr. una relazione dell' A. nel penultimo fascicolo (pp. 119-143) e precisazioni in questo (pp. 336-338).

* * *

Di Tartinville si è parlato già troppo, ma torniamo a lui con poche osservazioni a titolo di «Per finire». Un illustre collega confessava che da ragazzo, nella scuola che frequentava, era stato indotto a pensare che Tartinville fosse uno dei più grandi matematici: è questa una prova altrettanto sintomatica di deficienza culturale come se nei licei classici si inducesse a pensare che (in luogo di Dante od Omero mai sentiti nominare) uno dei maggiori poeti sia l'autore del «Prode Anselmo». Dei matematici che non ebbero la disavventura di capitare da ragazzi in scuole siffatte, nessuno conosce Tartinville; invano ho chiesto a vari colleghi qualche notizia su tale personaggio, che neppure nell'Enciclopedia Italiana si trova menzionato (non dico come voce, ma neppure citato incidentalmente, ché anche in tal caso figurerebbe nell'indice). Per mio conto appresi purtroppo in ritardo a conoscere e detestare Trinomite e Tartinville: non avevo preso sul serio le informazioni negative ma espressemi in forma generica da qualche collega circa la matematica del Liceo scientifico al momento della scelta per mia figlia: pensavo fossero dettate dai soliti pregiudizi in favore degli studi «classici». Ma dopo qualche anno, sempre più allarmato e sbalordito dal pedestre livello di scimunitaggini cui venivano degradati i begli argomenti di cui nel programma figuravano i nomi, chiesi a un mio assistente se sapeva spiegarmi tale fenomeno. Ne ebbi le stesse sopra riferite notizie della relazione Manara. La cosa era pressoché notoria; io solo ero stato tanto ingenuo da non immaginare neppure che la *Scuola*, in gara coi sofisticatori di «olio d'oliva», potesse ammannirci, gabellandolo per genuino nutrimento matematico, «l'asino Tartinville nella bottiglia!».

* * *

Rileggendo, sul fascicolo di aprile ora pervenutomi, la mia relazione sul Convegno di Frascati dell'ottobre 1964, trovo necessario fare alcune dichiarazioni aggiuntive e in parte modificative, anche con riferimento ad altri scritti apparsi nel frattempo o ivi stesso.

[...]

1) *Riguardo a* Prodi («Per. Mat.», apr. 1965): Ciò che egli dice mi trova pienamente consenziente, e dovrebbe non rimanere, magari inosservato, come osservazione incidentale in una «lettera alla direzione», ma diventare il fulcro delle discussioni sulla riforma dell'insegnamento matematico. Riporto e sottolineo alcune frasi:

– *occorrerebbe insegnare più «per problemi» che «per teorie»: una teoria dovrebbe avere la portata minima necessaria per inquadrare un certo gruppo di problemi:*

– *c'è da temere che certi ammodernamenti proposti portino semplicemente a sostituire vecchi formalismi con formalismi più alla moda;*

– *molti problemi* (tradizionali) *non presentano più attrattiva,* (mentre) *vi sono problemi di estremo interesse concettuale e pratico, e di grande suggestione sui giovani.*

2) *Riguardo a* Tricomi (diverse conferenze: Siracusa, Cagliari, Palermo): I punti precedenti possono chiarire come, paradossalmente, pur essendo favorevole al «nuovo», io condivida quasi completamente le preoccupazioni e avversioni di Tricomi. Io trovo vantaggioso appoggiarsi su concetti più potenti e unitari per alleggerire al massimo le pedantesche e abominevoli sovrastrutture formalistiche frapposte tra l'intuizione pratica di problemi concreti e le tecniche da utilizzare per inquadrarli e risolverli. Per accennare all'esempio più sostanziale: trovo vantaggioso basarsi su vettori e gruppi e nozioni topologiche per unificare nel modo più semplice le nozioni geometriche congiuntamente a quelle meccaniche e fisiche e a quelle che servono in altre applicazioni (p. es. economiche) e mostrare subito le necessarie distinzioni (nozioni *affini*: traslazioni; *metriche*: rotazioni, corpi rigidi; *proiettive*: direzioni, raggi; ecc.). Riducendo al minimo la zavorra teorica, esiziale per l'intelligenza, si potrebbe stimolare l'intelligenza a cimentarsi nell'applicazione a problemi effettivi e seri e d'interesse generale. Ma guai se invece – Dio ce ne scampi e liberi! – vettori e operatori vettoriali venissero propinati come righe o colonne o matrici di numeri o di simboli astratti sui quali operare con convenzioni che apparirebbero arbitrarie: ciò sarebbe equivalente – e anzi peggio! – come grado di scipitaggine, alla regola del tre composto per computisti!

3) Riguardo a Bourbaki (anche con riferimento alla recensione di Manara agli *Elementi di Storia della Matematica.* «Per. Mat.»; apr. 1965): Premetto, ma dovrebbe essere superfluo, che si tratta di osservazioni occasionali per riferimento alle implicazioni didattiche: un giudizio complessivo richiederebbe ben altro impegno. Ciò che ho detto or ora mi sembra potrebbe tradursi nel distinguere tre aspetti: *il panorama della matematica secondo* BOURBAKI, il ruolo prevalente che dà *alla formalizzazione,* l'introduzione *di metodi assiomatici formalizzati ed astratti come base dell'insegnamento,* e nel dire pienamente SI al primo, piuttosto NO al secondo, decisamente NO al terzo.

Il panorama unitario va senza dubbio preferito e sostituito a quello frammentario e antiquato, non senza ammettere che non tutto il nuovo è necessariamente effettivo superamento del vecchio, ma può costituire deviazione dovuta alla moda. Ciò è inevitabile, ed entro certi limiti è anche fruttuoso: senza esperienze apparentemente azzardate (che poi o si rilevano indovinate, o danno germi fecondi, o si esauriscono) non ci sarebbe progresso e rinnovamento né nell'arte né nella scienza né in nessun campo. Ritengo eccessiva, a tale riguardo, la condanna di Tricomi, pur essendo d'accordo con lui se si tratta di deplorare la tendenza a seguire indiscriminatamente la moda in quanto tale senza intimo travaglio di assimilazione e repulsione. In tal senso ciascuno dovrebbe cercar di separare ciò che, a suo avviso, nel panorama di BOURBAKI, appare valido, da ciò che è accettazione di mode imperanti all'epoca iniziale della sua costruzione, e da ciò che costituisce mode da lui inventate. Non è il luogo di approfondire un tale esame.

La *formalizzazione* è indubbiamente di grande e spesso indispensabile ausilio per un'opera di ricostruzione, panoramica ma anche e soprattutto critica, come quella di BOURBAKI. E naturale che chi ne ha fatto uso traendone tanti frutti la apprezzi, e non si può dire che, dal suo punto di vista, la sopravvaluti se le assegna un ruolo essenziale. Si tratta però di deformazione professionale e di sopravvalutazione se pretende che la prospettiva di chi ammira l'opera compiuta e se ne serve debba essere la stessa dell'artigiano che l'ha costruita e di coloro che vorranno e dovranno curarne la manutenzione o il completamento.

Per l'insegnamento occorre tener ben presente che la prospettiva dei destinatari è quella di potenziali consumatori di matematica, che dovremmo persuadere della possibilità e convenienza di farne uso nei loro problemi quotidiani anziché ignorarla e ragionare coi piedi. Altrimenti è meglio sopprimere il cosiddetto insegnamento della matematica. Se si riduce a balbettamento di pedantesche astruserie, siano antiquate o modernizzate, giuste o sbagliate, non ci si può aspettare altro effetto di quello che è ovvio si sia conseguito finora: diffondere per la matematica incomprensione disprezzo e avversione.

E non basteranno certo le Gare matematiche a correggere questa impressione che l'insegnamento scolastico della matematica sembra si prefigga di istallare con dissennatezza autolesionistica degna di miglior causa.

* * *

In seguito ad alcuni miei articoli e note di carattere didattico pubblicati su questo «Periodico», e qualche altro su «La Stampa», apparvero sullo stesso «Periodico» degli articoli (ROGHI, LINGUA, VIOLA) e mi pervennero delle lettere; di queste ritengo doveroso dar cenno (con riproduzione o riassunto di opinioni ed osservazioni notevoli), mentre a tutti, oltre a un ringraziamento, devo almeno un cenno di risposta.

1. Scritti sul «Periodico»

Riguardo a ROGHI e LINGUA posso limitarmi a dire di non vedere sostanziali punti di disaccordo; in parte accolgo le attenuazioni ad interpretazioni troppo spinte che forse potevano esser date dei miei scritti, e quel che rimane è opinabile gradazione di gusti fra atteggiamenti più o meno radicalmente innovatori di certi criteri tradizionali. Forse un solo punto, su cui il divario è marcato, merita un cenno: l'affermazione (LINGUA) dell'impossibilità di spiegare elementarmente nozioni di geometria differenziale (ad es. punti ellittici e iperbolici di una superficie): a me sembra che, come fatto d'osservazione (ed anche come avvio a concetti matematici: piano tangente che taglia o non taglia la superficie) la nozione è chiara, è istruttiva, è indispensabile a tutti: è un errore farla conoscere solo a chi sceglie certe Facoltà all'Università e farla apparire come cosa astrusamente legata all'algoritmo delle derivate parziali anziché come nozione ovvia e intuitiva e fondamentale per applicazioni che interessano ogni profano[1].

Anche per VIOLA (benché sostenga su molti punti soluzioni opposte) il discorso può essere in parte il medesimo: molte delle tesi criticate vanno al di là del mio pensiero e delle mie proposte (evidentemente suscettibili, assai più di quanto immaginassi, sia di essere fraintese che di essere alterate «sviluppandole e deducendone tutte le possibili conseguenze» che a me possibili non sembrano).

Sulla questione del numero di insegnanti, non ho mai detto di ridurlo da 8 a 2 (né in alcun altro modo) ma solo di non elevarlo da 8 a 9; non ho mai fatto e mi guarderei bene dal fare distinzioni di materie «più o meno formative», solo preoccupandomi (come spero facciano tutti) di sostenere quei modi che *possano renderle tutte quanto più formative possibile.* Su ciò le opinioni possono divergere. E infatti veniamo al secondo punto sviluppato da VIOLA.

La contrapposizione fra esposizione *sistematica* e *dilettantistica* mi sembra, nello scritto e nell'atteggiamento di VIOLA, troppo assoluta. Non si potrebbe parlare di autodidatti senza dire «accozzaglia di autodidatti», né di dilettantismo senza dire «dilettantismo della peggior specie»; quindi bandirlo e limitarsi a sole trattazioni sistematiche «un mattone dopo l'altro». Io ritengo invece che tutto ciò che *veramente* sappiamo è frutto di attività dilettantistica e autodidattica (anche senza citare molti veri autodidatti, pervenuti a livelli di prima grandezza e con grande originalità di vedute, o senza vere scuole, o dopo studi in tutt'altra direzione). Tuttavia non intendo bandire le trattazioni sistematiche (anzi ho detto che andavano conservate e perfezionate nei limiti in cui non si può farne a meno), purché si curi particolarmente di dare anche spunti nella direzione «dilettantistica». Per me è questione di dosaggio: su *questo terreno* ci può essere largo margine di opinabilità.

Non riesco poi a capacitarmi come mai un libro come quello da me descritto (nell'articolo del n. 1-2, 1964, ed esemplificato ivi in Appendice) possa meritare l'epiteto di *Dizionario Enciclopedico.* Esso è l'opposto: esso mira a superare sia il nozionismo delle nozioni staccate in forma enciclopedia che quello delle nozioni sistematicamente allineate in effimero filo unidimensionale come una filastrocca distesa nel vuoto senza sostegni e collegamenti; si prefigge appunto di far conquistare conoscenze che siano più che mere «nozioni» attraverso i *problemi* da cui scaturiscono e che inducono a collegarle con quante più altre cose è possibile in modo da costituire un'acquisizione effettiva, non vaniloquio. Le «voci» e l'ordine alfabetico non sono che espedienti per guidare attraverso problemi e interessi concatenati o concatenabili: ad es. la voce «Tavolo» non spiega cosa sia un tavolo ma lo usa come pretesto per connettere diversi problemi con le relative nozioni e con spunti verso altri problemi e altre nozioni.

Se vi riesca, e come lo si possa migliorare o sostituire con qualcos'altro, è cosa opinabile e si può discutere o sperimentare. Comunque, non escludo affatto che possa servire come sussidiario a un testo «normale» (anziché mettere l'equivalente ivi): non l'avevo detto perché pareva allora che non dovesse esservi addirittura nessun libro di testo. Inoltre, il suo uso dilettantistico da parte di ciascun allievo era solo una possibilità facoltativa da incoraggiare; fondamentalmente i collegamenti ecc. avrebbe pur sempre dovuto guidarli l'insegnante, sia pure sfruttando eventuali iniziative degli studenti, o incoraggiandoli a prenderne, o lasciando un po' l'illusione che l'iniziativa sia loro (o lasciando la scelta fra digressioni possibili in diverse direzioni, ecc.).

2. Lettere generiche

Fra le lettere, menziono anzitutto quelle esprimenti più o meno generico dissenso o consenso. Sono cinque, tutte di insegnanti di scuole secondarie. Tre di dissenso: una contraria al metodo e ai libri di EMMA CASTELNUOVO (che io avevo elogiato), due a deplorazione degli apprezzamenti sul tema del Liceo Scientifico e indirettamente su tale scuola. A tutte risposi direttamente: circa le due ultime (ed anche per altri lettori che avessero provato analoga sensazione) soggiungo, anzitutto, che il titolo, come purtroppo è d'uso, era stato modificato dalla redazione («La matematica nelle scuole è in genere insegnata male») e poteva sembrare rimprovero agli insegnanti mentre denunciava circostanze quasi completamente indipendenti dalla loro volontà (il titolo originale è quello della

1. Secondo me, quel modo è talmente innaturale che pochi ne afferrano il senso. Suggerisco un esperimento: chiedete a dei laureati (o laureandi) in matematica la distinzione tra punti ellittici e iperbolici (lasciamo pur stare i parabolici), e fate una statistica di quanti (fra quelli che ricordano e fra quelli che non ricordano formule e definizioni in forma analitica) sanno quale sia il significato geometrico (ad es. facendo indicare, o dipingere in colori diversi, le parti di una superficie, una zampa di tavolo tornita, una statua, la carrozzeria d'un'automobile a punti di diversa specie).

riproduzione nel «Periodico», n. 1, 1965); quanto al tono vivace (troppo, nel giudizio comune) era dovuto al fatto che solo una cosa chiassosa poteva sperare di farsi ascoltare.

Un'altra lettera, anzi, riteneva che mi illudessi se pensavo che anche ciò bastasse... «data l'epidermide di certi pachidermi»: in realtà non mi facevo illusioni ma non volevo rinunciare a tentare. Effettivamente un risultato c'è stato: il tema del giugno 1965 *non fu trinomitico* (su di esso sono stato invitato ad esprimermi, in un'intervista apparsa su «Il Messaggero», il 22 luglio 1965).

Altre tre lettere meritano invece di esser segnalate, almeno nelle parti principali o in riassunto, perché portano argomenti nuovi e istruttivi. Diamo la precedenza (secondo l'ordine di affinità col tema iniziale) a un insegnante di scuola secondaria che illustra un sistema da lui seguito; quindi ad un profano che dice come gli è capitato di scoprire il senso della matematica e farlo capire ad altri: infine ad un collega universitario che esemplifica e sviluppa, con nuove argomentazioni, delle critiche pienamente concordanti col mio modo di vedere.

In quest'ordine di idee potrei anche rammentare la corrispondenza con F. G. TRICOMI (già riassunta nei punti (3) e (4) della «Lettera alla Direzione» apparsa nel n. 4); idee straordinariamente conformi trovai anche nel memorandum *«On the mathematics curriculum of the High School»* pubblicato nell'«American Mathematical Monthly» del Marzo 1962, ma che conobbi appena quando il collega FICHERA ne diramò fotocopia (14.7.65; inutile dire quanto mi fece piacere vedere con quale calore egli manifestasse la propria adesione a quel documento e si proponesse di diffonderne la conoscenza per guadagnare la massima auspicabile vastità di adesioni altrui).

3. Come evitare le «interrogazioni»

Un professore di non so quale tipo di scuola media o secondaria (anonimo per modestia e delicatezza, desiderando «seguitare senza suscitare scalpori» ad applicare un certo metodo) mi espone come sia riuscito ad eliminare due gravi jatture: le interrogazioni ed i compiti per casa. Eccone il testo, quasi integrale.

«Io seguo da molti anni *il metodo* DUFF (The DUFF Method, che nei 'colleges' degli U.S.A. viene definito 'the most efficient'): un metodo semplice ed equo, applicabile a qualsiasi scuola di ogni grado.

Il metodo DUFF è semplicissimo: ogni recitazione orale è abolita, e metà di ogni lezione è dedicata ad un compito in classe. Tutto qui.

Ma quanti vantaggi! Ogni studente ha tanti voti quante sono le lezioni, e perciò la media dei voti è altamente rappresentativa della maturità *intellettuale* (e non mnemonica) di ciascuno. Mia tranquillità d'animo, e cosciente fermezza di fronte a qualsiasi sollecitazione o raccomandazione o protesta, data l'automatica imparzialità del sistema. Svuotamento di ogni drammaticità, perché lo studente lavora sempre senza alcun orgasmo, seduto al suo posto, e consultando i suoi libri per lo svolgimento del suo lavoro. Evidentemente i lavori vanno 'inventati', in modo che lo studente, pur consultando i manuali, *debba* metterci, per risolverli, un briciolo di *suo spontaneo* ragionamento.

Nessun lavoro da svolgere a casa. Nessuna preoccupazione per i noiosi assillanti e poco probanti 'interrogatori', dato che sono soppressi. Non potendo sopprimere i voti e gli esami orali, mi limito a far riassumere da un allievo, nei primi 5 minuti di ogni lezione, come per riallacciamento, la sola lezione precedente, indicando con un + ed un – se l'esposizione è più o meno buona; i + e – vengono tenuti presenti per arrotondare in più o in meno la media dello scritto per ottenere il voto 'orale'. Questo gli studenti lo sanno e lo apprezzano».

La cosa mi sembra seducente e provvidenziale: il fatto che funzioni (almeno nel caso segnalato) sembra incoraggiante. Non ho esperienza diretta di insegnamento medio per esprimere un giudizio personale circostanziato in merito; ma chiunque può dire a colpo sicuro quanto si guadagnerebbe in serietà abolendo la carnevalata dei compiti a casa abitualmente trasmessi telefonicamente a tutti dall'unico che li fa o se li fa fare, e sopprimendo l'incubo delle interrogazioni che abitua a studiare pappagallescamente, onde ricordarlo per pochi giorni, l'argomento delle ultime lezioni. Ho anche sentito insegnanti (nei corsi di aggiornamento) lamentarsi del poco tempo a disposizione per «svolgere il programma» dato che se ne va quasi tutto per interrogazioni, ed un collega ispettore affannarsi (temo con poco successo, data l'apparente incredulità e perplessità dell'uditorio) a spiegare come si possa formarsi un giudizio con frequenti domande estemporanee rivolte qua e là nel corso delle lezioni, limitando al massimo il numero e la durata delle interrogazioni recitatorie.

Sembra pertanto auspicabile che la sperimentazione del metodo DUFF venga tentata da altri insegnanti e, possibilmente, incoraggiata dall'amministrazione scolastica, controllandone l'efficacia e promuovendone, dopo accertati (e magari migliorati con accorgimenti di dettaglio) i favorevoli effetti, una maggiore diffusione.

4. L'autorevole parere di un profano

Ho ricevuto con sommo piacere una lettera da un *profano.* Tanto più che avevo scritto l'anno scorso un articolo sull'insegnamento della matematica *dal punto di vista del profano,* cercando di pormi da tale punto di vista, e sostenendo che era quello più importante di cui si doveva tener conto, il solo non affetto da deformazioni professionali[2].

La concordanza di opinioni col profano autentico mi fa ritenere con compiacimento d'esser riuscito abbastanza bene nel proposito di mantenermi quanto più possibile immune da deformazioni professionali, causa sicura di visioni aberranti[3].

Il «profano» è il sig. G. TIMOSCI, di 84 anni, che, dopo aver trascorso buona parte della sua vita in India, è tuttora occupato in un ufficio di Savona come corrispondente commerciale per l'estero.

Ecco come egli narra del suo incontro con la matematica.

«Bombay, come tutte le città ove si trovino degli inglesi, era ricca di ottime biblioteche ed io vi attingevo a piene mani, amante come sono sempre stato, della lettura. Un giorno trovai una Storia delle Matematiche e la presi. Era la prima volta che apprendevo che anche le matematiche avevano una STORIA! E fu per me una vera rivelazione». Egli aveva «potuto sperimentare l'errata impostazione dei nostri, studi (in) un periodo assai remoto» (ed osserva che «però, seguendo gli studi prima dei miei figli ed ora dei miei nipoti mi sembra che ben pochi miglioramenti ci siano stati»); ma «da quel giorno ho sempre tenuto per fermo che lo studio delle matematiche dovrebbe andare di pari passo con quello della Storia delle matematiche, più avvincente di qualsiasi romanzo d'avventure», e s'interessò (da autodidatta…) a riprendere le matematiche mal imparate a scuola.

«Fra l'altro, appresi del come nel lontano 800 il matematico arabo AL-KUKWARIZMI, per il primo, era riuscito a trovare il modo di risolvere anche le equazioni di 2° grado. È una cosa così bella, così semplice, così interessante, che da quel giorno mi sono .sempre chiesto: *O perché quel metodo non ce l'hanno insegnato a scuola?*».

Dopo aver riportato la famigerata ricetta scolastica (a base di moltiplicare aggiungere trasportare eccetera eccetera da ciechi manipolatori di inespressivi formalismi) egli esclama: «Ma perché si fa così? Questo nessuno ce lo disse mai e nessuno di noi si è mai azzardato a chiederlo. Quando invece si conosce il metodo seguito da AL-KUKWARIZMI, allora tutto ciò diventa chiaro come la luce del sole. Se il suo procedimento fosse stato difficile da spiegare, avrei trovato comprensibile il silenzio dei nostri insegnanti: invece è facilissimo e volli farne una prova facendolo conoscere a dei ragazzi che venivano da me per avere qualche ripetizione di matematica, e sempre constatai che non solo essi mi seguivano facilmente ma rimanevano entusiasti di quel metodo. **[…]**

Non è dunque vero che l'appello all'intuizione geometrica non è probante né soddisfacente, che esso particolarizza l'interpretazione ai soli numeri reali mentre con minor fatica si può dare la gioia di saperla valida in opportuni generalissimi anelli, e via dicendo? Non nego, è giustissimo: così come sarebbe giusto purificare la musica facendola consistere nella contemplazione di spartiti, evitandone le antiquate imperfette interpretazioni fisiche mediante vibrazioni dell'aria. Ma se la maggioranza è fatta di deficienti irrecuperabili, come me e come quel profano e probabilmente quasi tutti, che a scarabocchi di formule e note musicali sono insensibili e apprezzano piuttosto una figuretta o un'aria fischiettata, vale la pena che gli Eletti perdano per loro, e facciano perdere a loro, un tempo che, qualunque altra cosa se ne facesse, sarebbe speso meglio?

Per mio conto volendo precisare il mio punto di vista sull'esempio specifico trovo che un cenno illustrativo storico su quel tipo di interpretazioni geometriche sia più che opportuno, ma che va sottolineata la portata limitata (al massimo, ch'io sappia, è sfruttabile al modo di BOMBELLI per equazioni di 3° grado). Quindi: argomento per visione meno legata a particolarità del tipo di equazioni (algebriche, di 2° grado). La via naturale mi sembra ricorrere al diagramma della funzione (ossia dell'equazione f(x) =0) con le intersezioni coll'asse x. Nel caso delle equazioni di 2° grado, il procedimento completo risulta chiaro notando che il diagramma è una parabola e che si può riferirsi al vertice, ecc. (come ad es. ho fatto in «Matematica logico-intuitiva». Trieste 1944, 3ª ed. Cremonese, Roma, 1961). Col vantaggio di superare le distinzioni (fastidiose se stabilite quasi

2. È comparso in un fascicolo speciale di «Scuola e Città» (ed. La Nuova Italia, Firenze) dedicato all'insegnamento della matematica, uscito nell'ottobre 1965.

3. Due delle quali forse tra le più frequenti e insensate sono scolpite nel menzionato memorandum americano, con le seguenti parole: «I matematici possono inconsciamente assumere che a tutti i giovani debba piacere ciò che piace ai matematici del giorno d'oggi, o che i soli studenti che vale la pena di coltivare siano quelli che potrebbero diventare matematici di professione».

aprioristicamente, anziché per momentanea convenienza talvolta) tra equazioni algebriche trascendenti o innominabili (come istanti in cui il diagramma della temperatura indica T=0°). Vantaggio poi di poter passare, se si vuole ed occorre, al campo complesso: punti: $x+iy$ ove $f(x)$=0, visibili ad es. con figura del *plastico* di quota $|\ f(x+iy)\ |$ (come nelle bellissime illustrazioni in JAHMKE-ENDA o in TRICOMI, «Funzioni analitiche»): ivi gli zeri appaiono come vertici di un imbuto (e meglio ancora rappresentare invece, se è noto il logaritmo, $\log|f(z)|$, cosicché $\log 0= -\infty$: infatti $\log|f(z)|$ è la parte reale di $\log f(z)$, che, assieme alla parte immaginaria che è l'anomalia, dà una «rete a maglie quadrate», ossia, in termini analitici, una rappresentazione conforme).

5. Un parere di un matematico su certe deformazioni professionali

Ed ecco infine una lettera di GIOVANNI PRODI, in risposta all'invio di copia della «Lettera alla Direzione» inviata contemporaneamente al «Periodico» ed ivi pubblicata nel n. 4 (con citazione di alcune sue frasi dal fascicolo di aprile 1965). (I *corsivi* sono miei).

«Sono lieto di constatare le coincidenze delle nostre opinioni in materia di insegnamento della matematica. Il fatto, del resto, non è del tutto casuale, perché sulle mie opinioni hanno molto influito i tuoi scritti. Soprattutto mi ha interessato quel tuo sforzo di esemplificare, di tracciare linee concrete per un insegnamento della matematica veramente vivo e attuale.

Effettivamente, in questo momento, sono preoccupato, più che dei conservatori (i quali fatalmente dovranno presto arrendersi), di certi innovatori *a schema fisso.* C'è un modo di innovare che costa poco sforzo ed è caratteristico, purtroppo, di molti professori universitari: consiste nel considerare l'insegnamento della propria materia (sia a livello secondario che universitario) solo *come una introduzione al proprio settore di ricerca.*

Mi spiego con un esempio, che io ritengo probante (anche se dovrei forse fornire maggiore documentazione per sostenerlo). Qualche decennio fa era prevalente in Italia lo studio della Geometria algebrica («matrice prima di ogni problema matematico», come ho sentito dire, una volta, da SEVERI). La geometria algebrica generava però, a livello universitario, un sottoprodotto decisamente brutto: lo studio delle curve algebriche (parlo di quelle *stereotipate come 'da concorso' che tuttora imperversano).* E peggio ancora, a livello liceale, ne scendeva un sotto-prodotto costituito da quelle *noiose e formali discussioni dei problemi di secondo grado* (in cui il parametro adombrava la seconda variabile dell'equazione). A mio parere, questo è un esempio di come l'insegnamento possa diventare una caricatura della ricerca.

Adesso, dopo i successi dell'algebra in tutti i rami della matematica, si pensa che i nostri adolescenti debbano occuparsi con fervore e gioia di gruppi, anelli, moduli, ecc. Naturalmente, *non nego che i concetti fondamentali debbano entrare nell'insegnamento secondario, ma non in misura e forma superiori alle capacità che hanno i giovani di ESEMPLIFICARE e di farne APPLICAZIONE A CONCRETI PROBLEMI.* Se l'insegnamento dell'algebra si dovesse attuare con il fanatismo di certi suoi banditori, nel liceale divenuto ingegnere, avvocato o medico *rimarrebbe, nei riguardi della matematica, un senso di vuoto e di incubo PEGGIORE di quello che si produce ora.*

Analoghi rilievi si potrebbero fare nel settore universitario. Alcuni innovatori pensano che lo scopo principale dell'insegnamento universitario sia quello di mettere gli allievi in condizioni di capire i lavori di ricerca avanzata. E questo potrebbe andare benissimo se il 'capire' fosse inteso in senso sufficientemente pieno ed umano. Invece si chiede ai giovani di *inghiottire montagne di definizioni* dicendo loro 'andate avanti! vedrete poi a cosa tutto questo servirà'.

Tutto questo, a parte ogni altra considerazione, mi sembra frutto di un *ATTEGGIAMENTO DOGMATICO: se non si tratta di fare accettare tesi indimostrate, si tratta pur sempre di fare accettare valori non discussi.*

Forse i giovani – che, malgrado la fama di ribelli, sono in fondo assai duttili – si adattano di buon animo a queste imposizioni, ma c'è da dubitare che, in questo modo, si possano formare persone capaci di autonomia di ricerca e di sensibilità scientifica.

Non occorrono commenti. Mi si consenta solo di ringraziare anche pubblicamente il collega PRODI per avermi autorizzato a presentare per la pubblicazione queste parole destinate inizialmente solo a me, e chiare come un guanto di sfida.